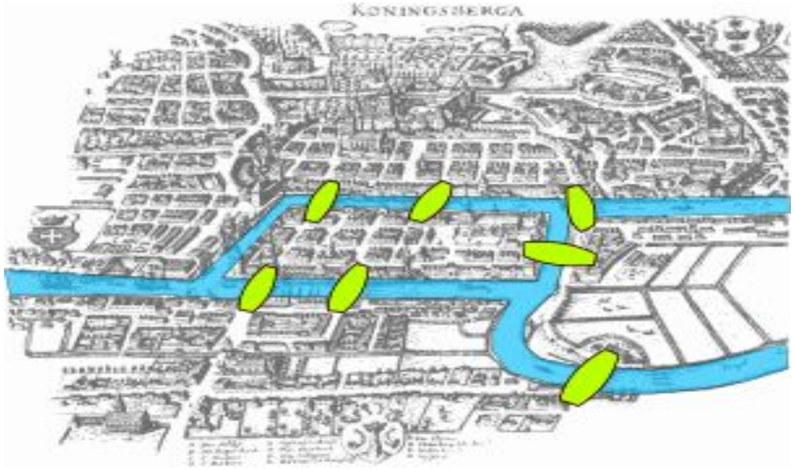
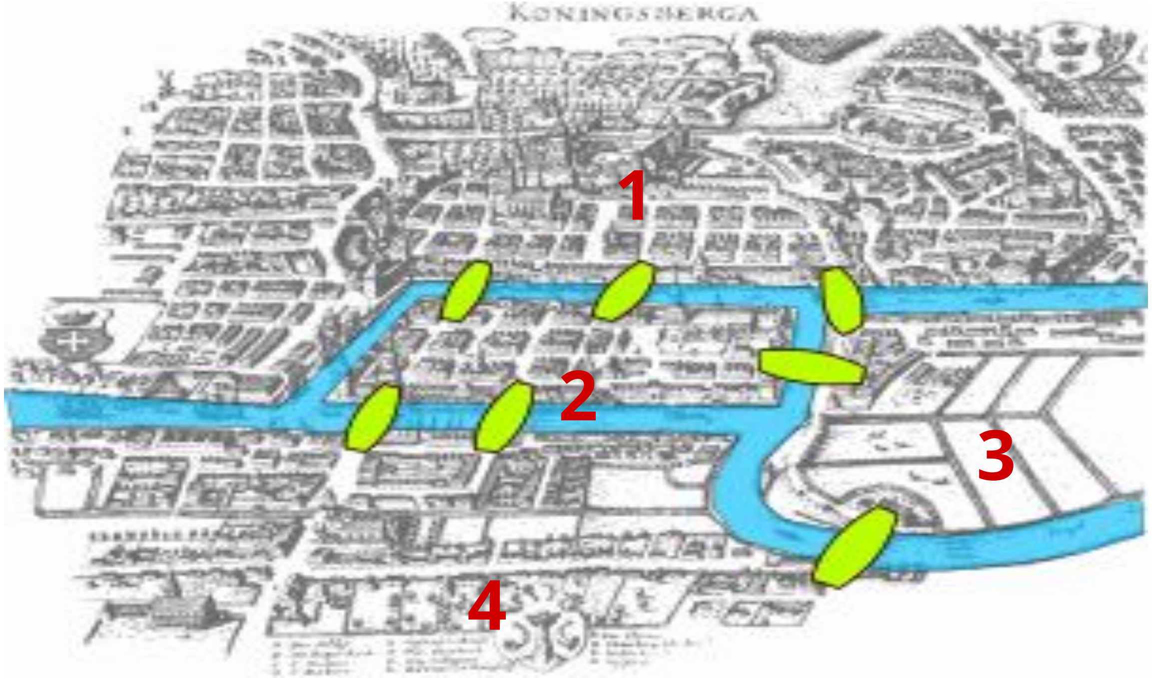
Universidade Federal do ABC



As Sete Pontes de Königsberg

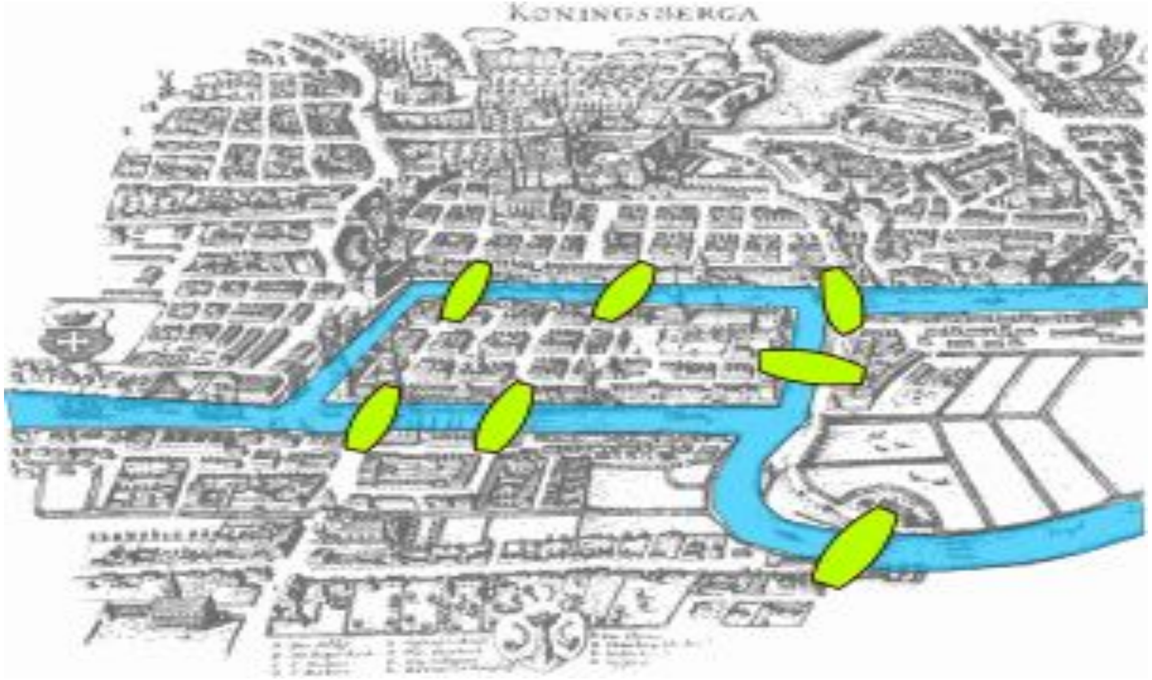
Prof. Fabrício Olivetti de França

Estudo das Redes



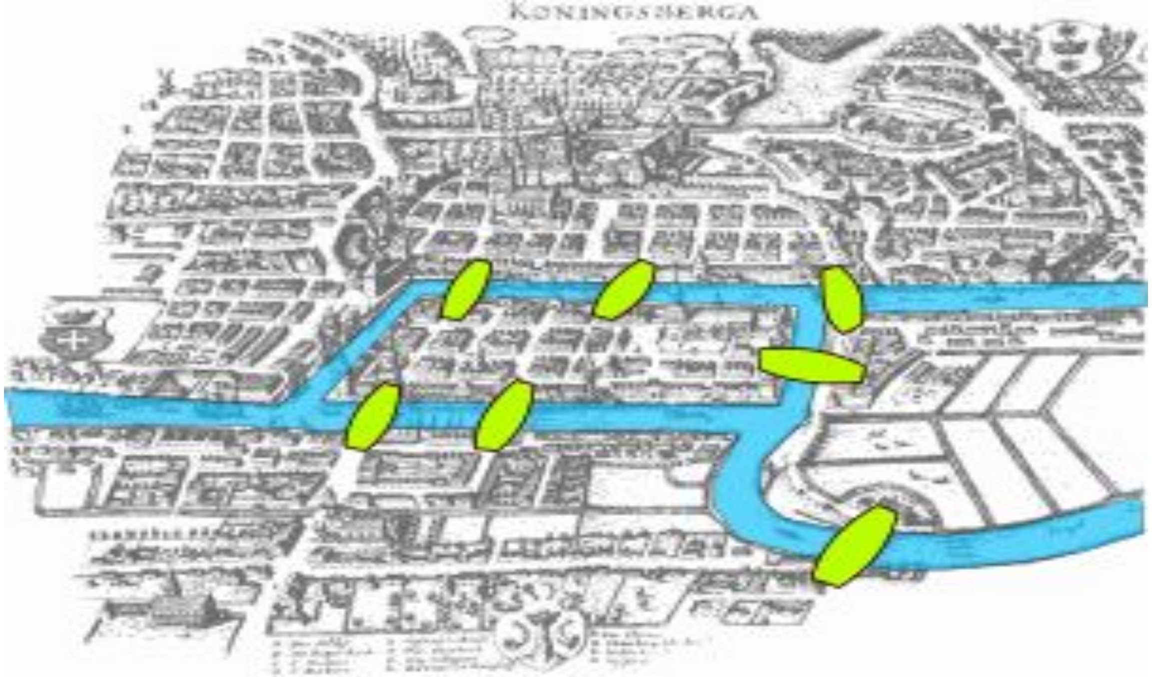
Universidade Federal do ABC

Estudo das Redes



Universidade Federal do ABC

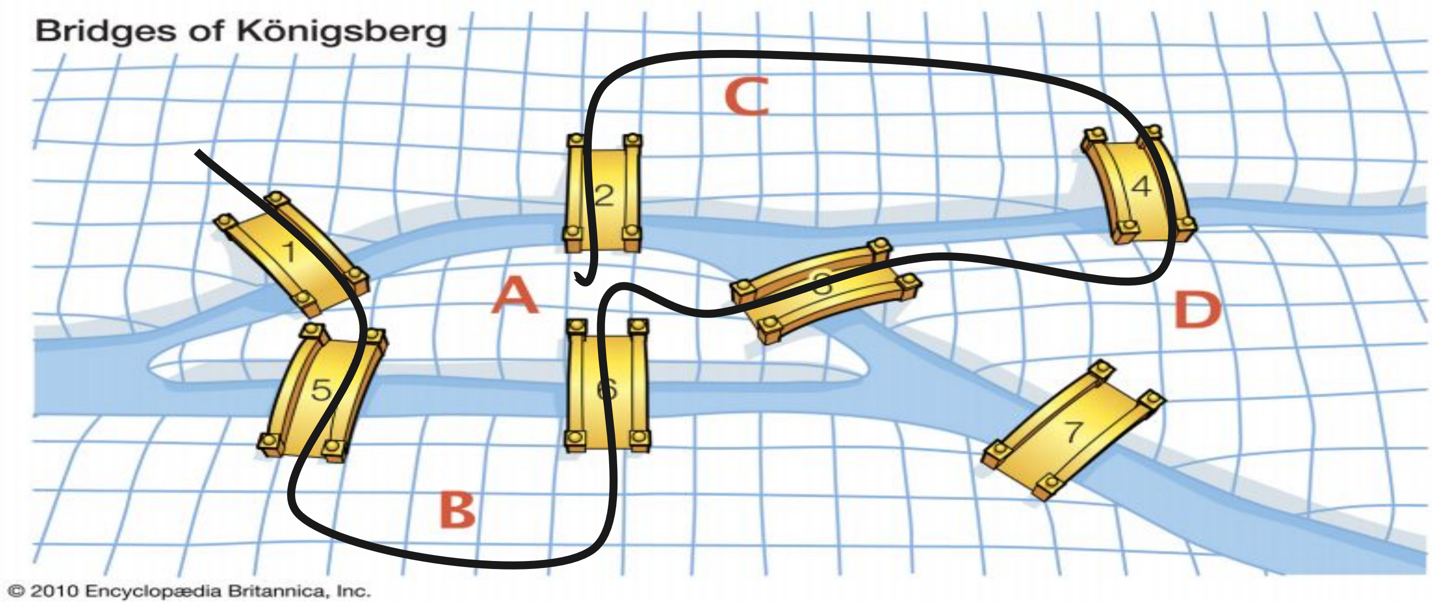
Estudo das Redes



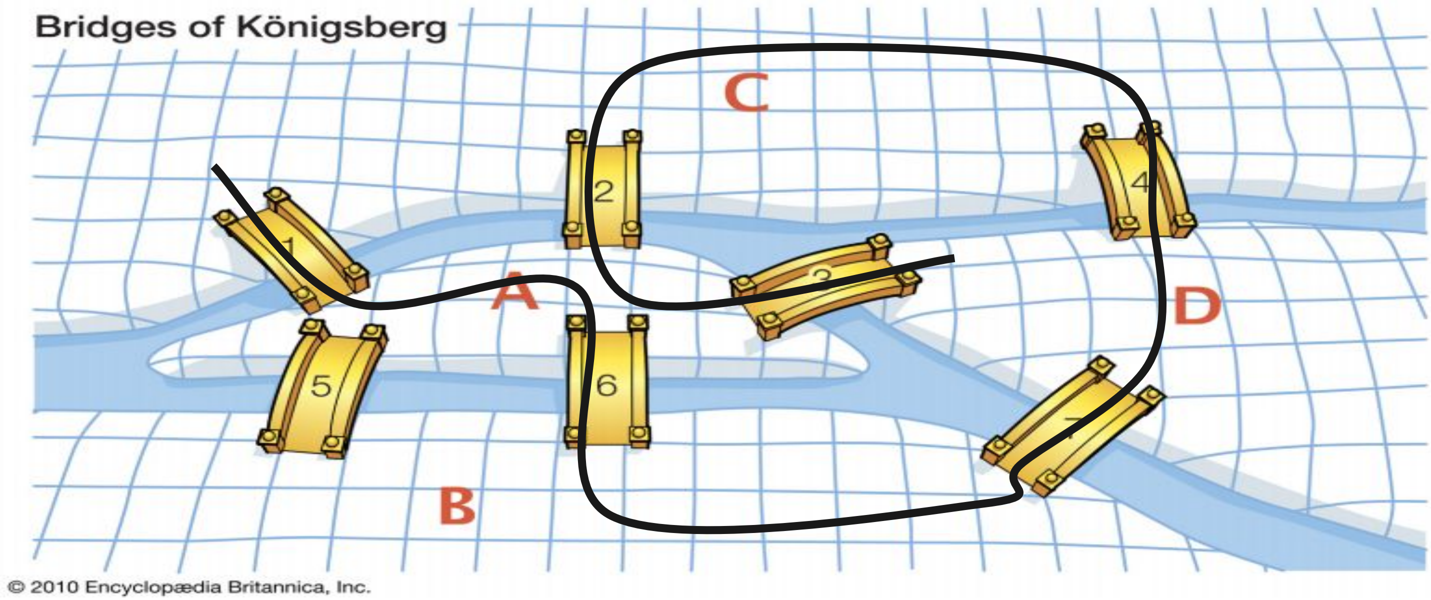
Atravesse cada uma das pontes **uma única vez**.

Universidade Federal do ABC

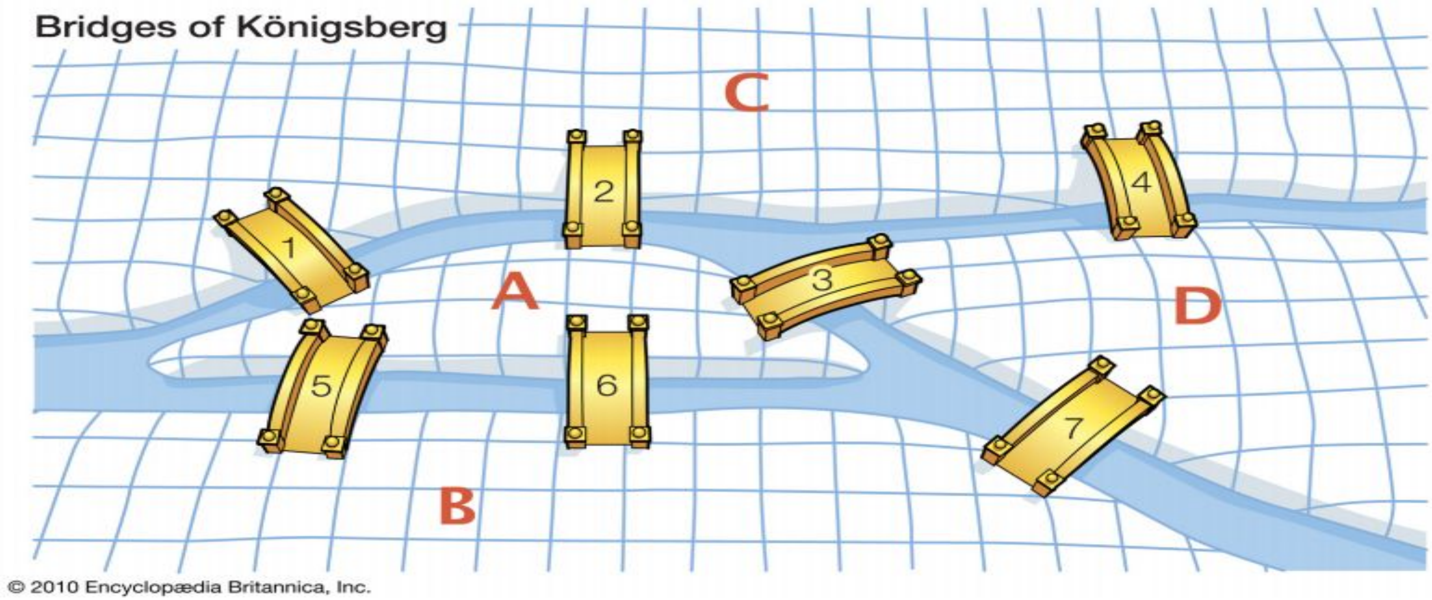
Estudo das Redes



Estudo das Redes

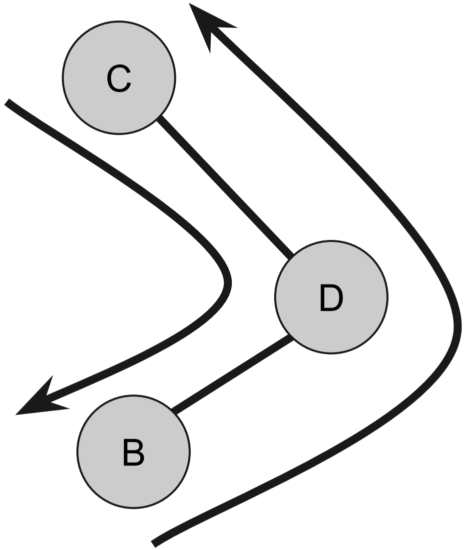


Estudo das Redes



Universidade Federal do ABC

Estudo das Redes



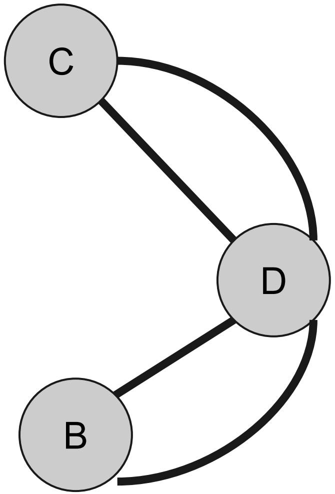
Estudo das Redes

B → D → C → D → B

C → D → B → D→ C

D → C → D → B → D

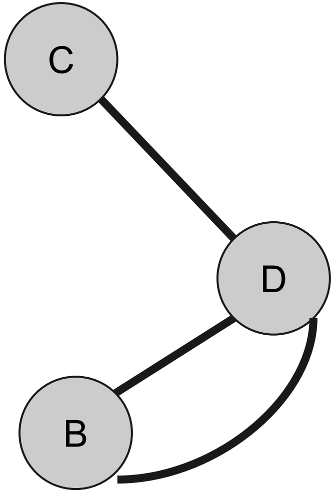
D → B → D → C → D



Estudo das Redes

$D \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C$

$C \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow D$

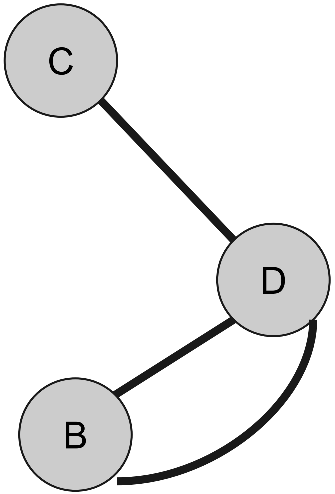


Estudo das Redes

$D \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C$

$C \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow D$

O que essas rotas possuem em comum?

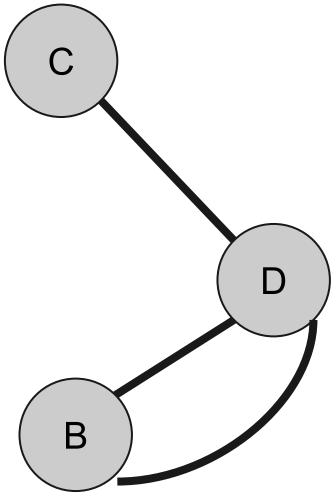


Estudo das Redes

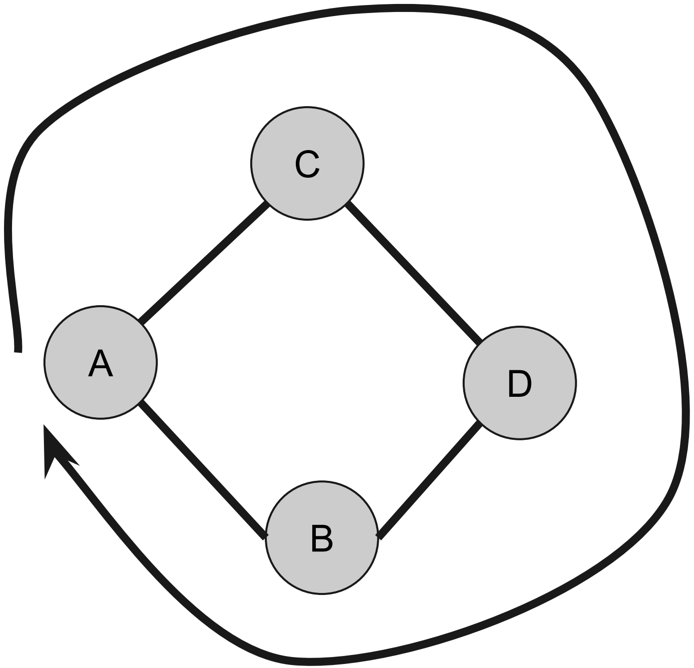
D → B → D → **C**

C → D → B → **D**

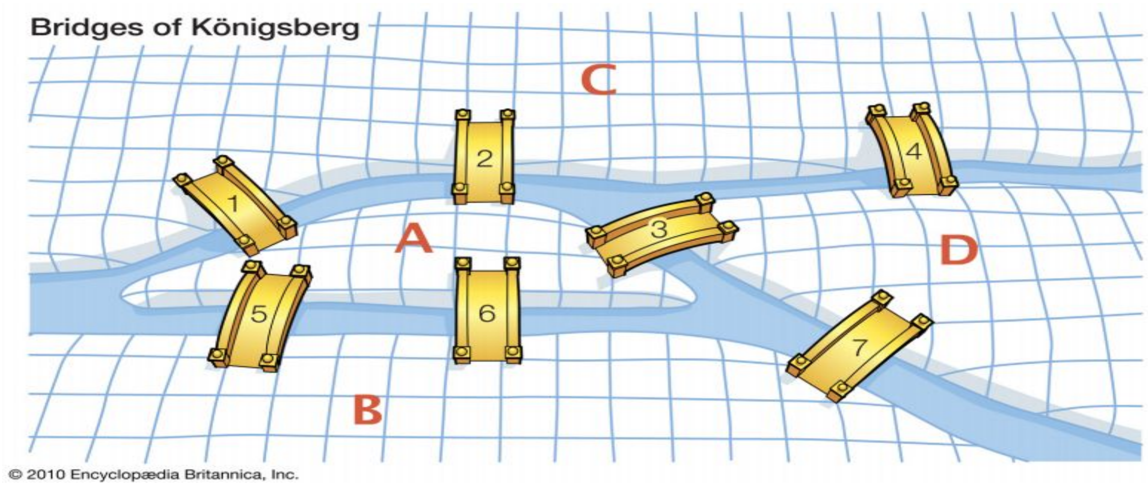
Elas começam ou terminam em C/D!

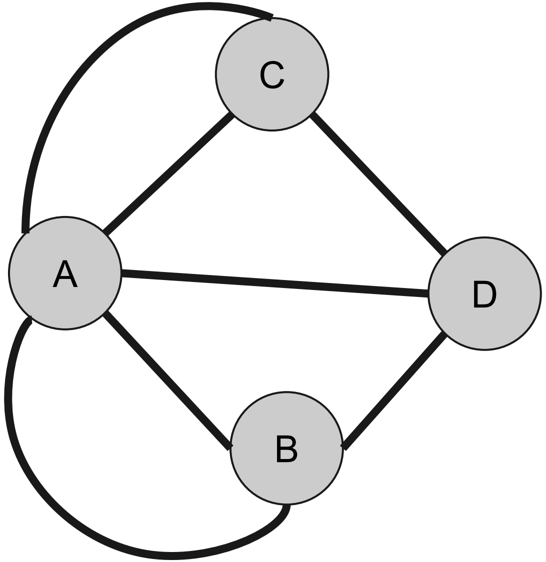


Estudo das Redes

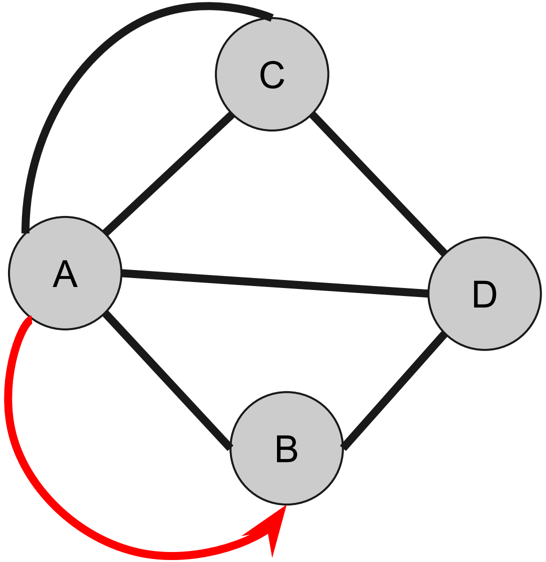


Estudo das Redes

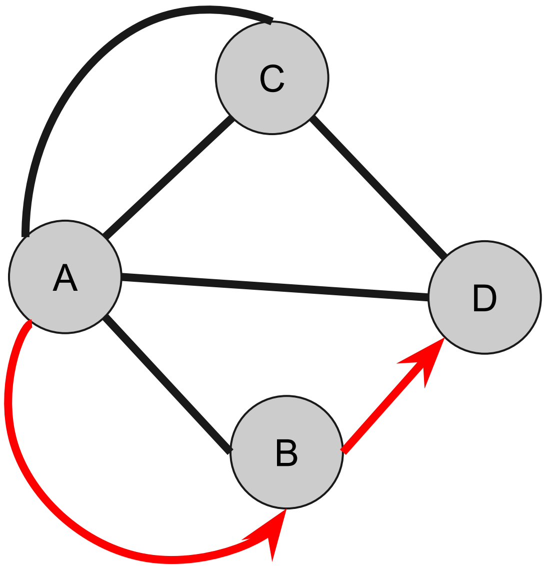




Estudo das Redes

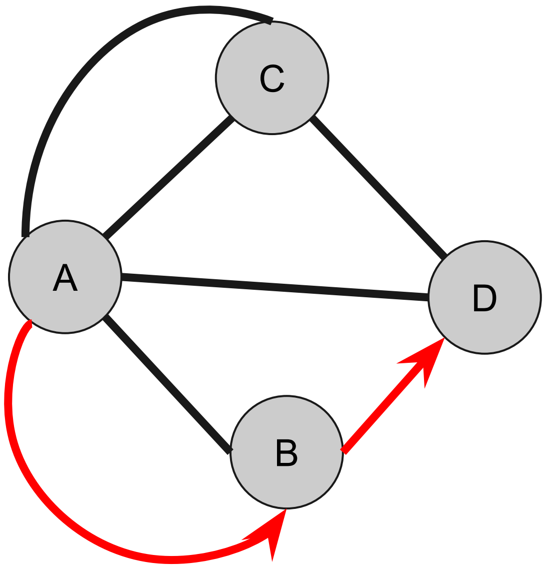


Estudo das Redes



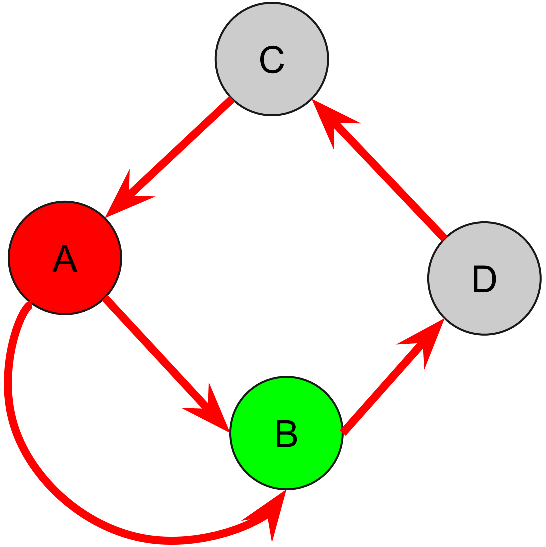
Estudo das Redes

1. Se o vértice não for o ponto inicial e nem final, ele **necessariamente** precisa ter um número par de arestas.



Universidade Federal do ABC

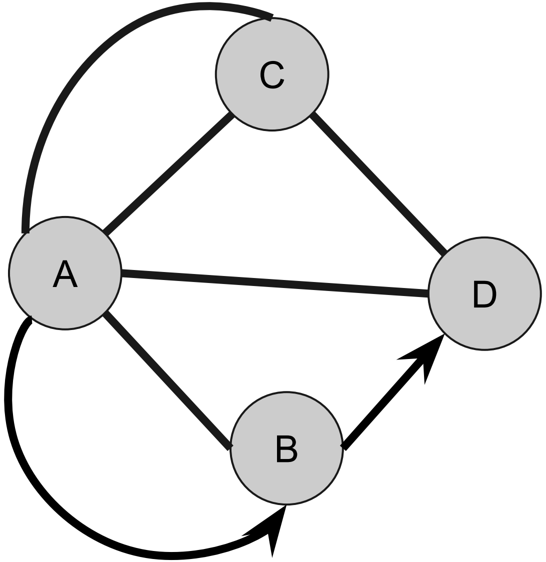
Estudo das Redes



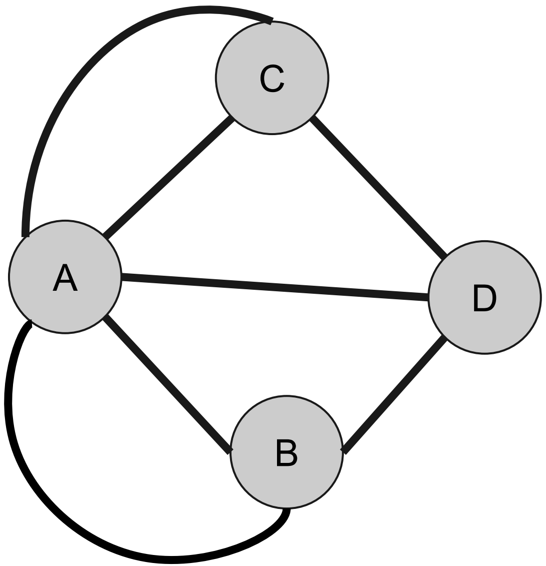
Universidade Federal do ABC

Estudo das Redes

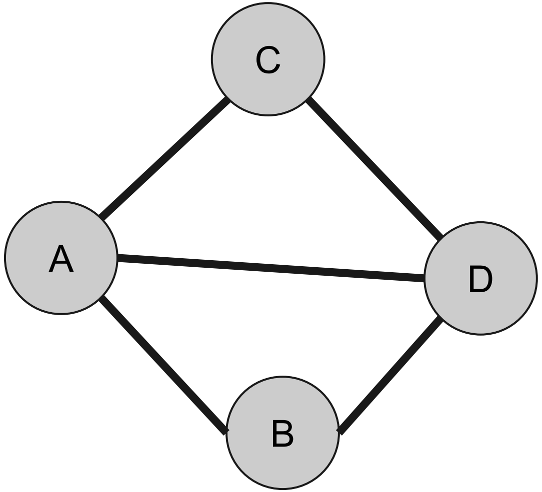
1. Se o vértice não for o ponto inicial e nem final, ele **necessariamente** precisa ter um número par de arestas.
2. Os vértices iniciais e finais podem ter número ímpar, porém **ambos** devem possuir a mesma paridade.



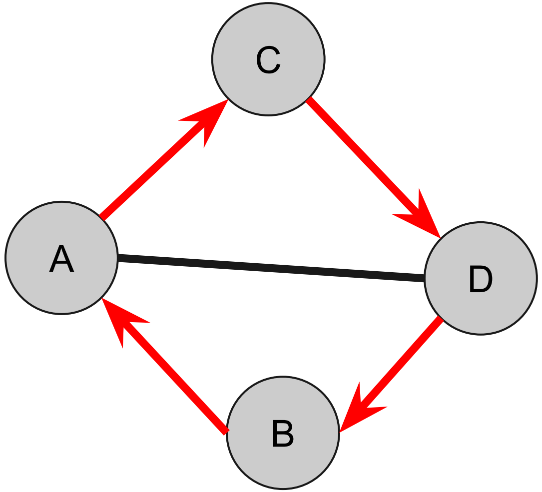
Estudo das Redes



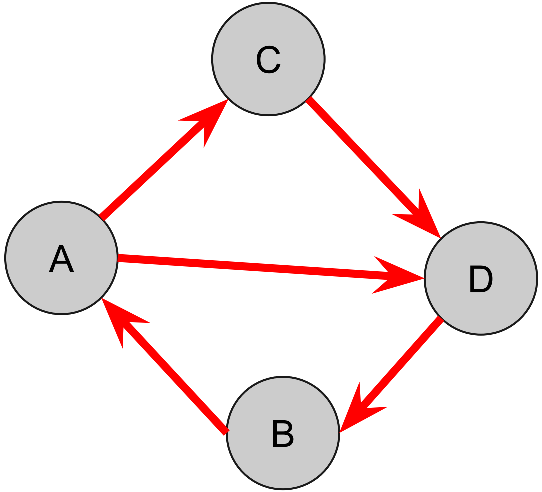
Estudo das Redes

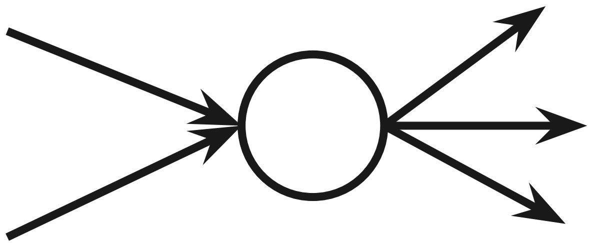


Estudo das Redes



Estudo das Redes



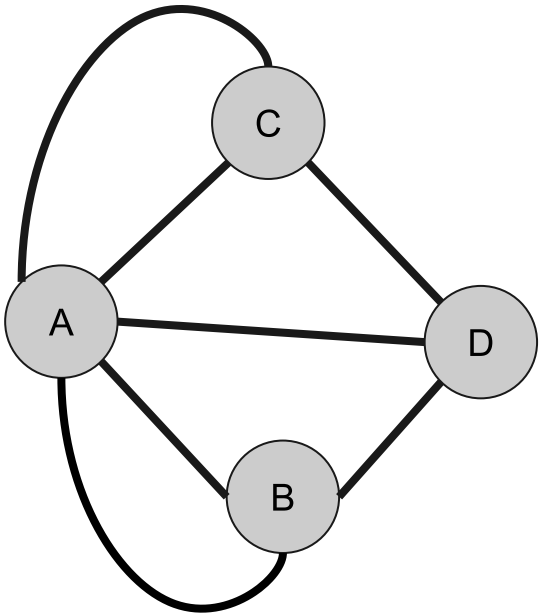


Grau de um vértice

Prof. Fabrício Olivetti de França

Teoria dos Grafos

Em grafos, o número de arestas que parte ou chega em um nó é chamado de **GRAU**.

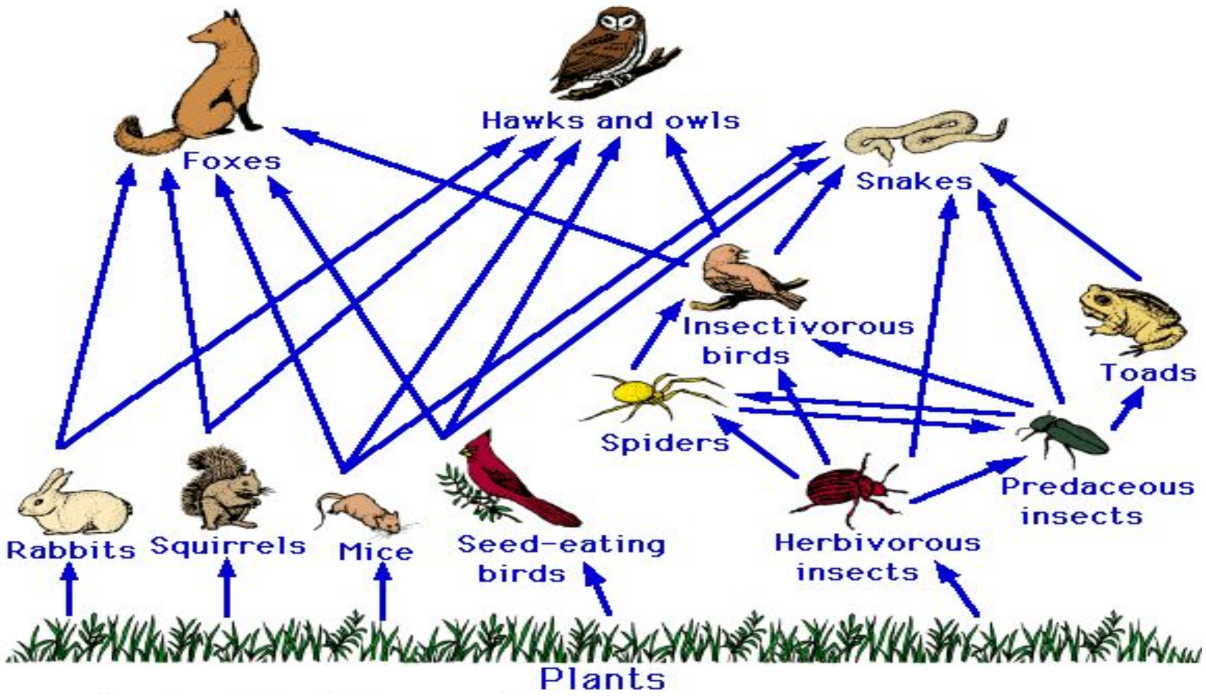


GRAU(A) = 5
GRAU(B) = 3
GRAU(C) = 3
GRAU(D) = 3

GRAU E REDES SOCIAS

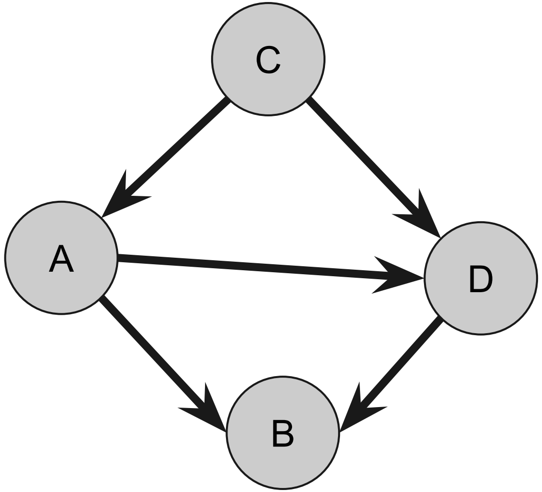
Grau de um vértice nas redes sociais representa a importância/popularidade.

GRAU E A CADEIA ALIMENTAR



GRAU E A CADEIA ALIMENTAR

Esse tipo de grafo é denominado **Grafo Direcionado**.



GRAU E A CADEIA ALIMENTAR

- Transmissores
- Receptores
- Intermediários

GRAU EM GRAFOS DIRECIONADOS

Grau de Entrada:

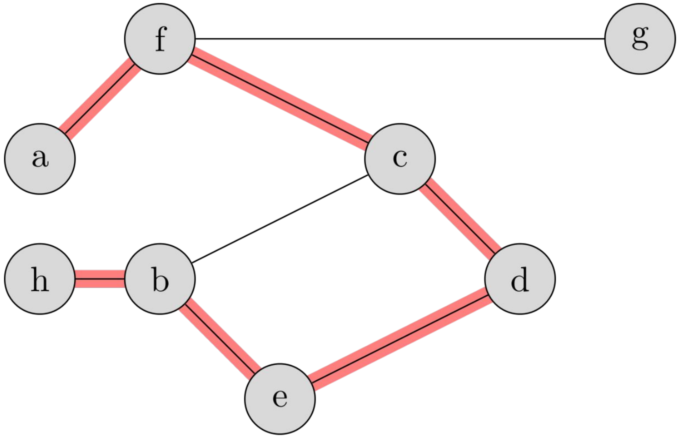
$$G_{ent}(v_i) = |\{(v_j, v_i)|(v_j, v_i) \in E)\}|$$

Grau de Saída:

$$G_{saida}(v_i) = |\{(v_i, v_j)|(v_i, v_j) \in E)\}|$$

Grau Total:

$$G(v_i) = G_{ent}(v_i) + G_{saida}(v_i)$$



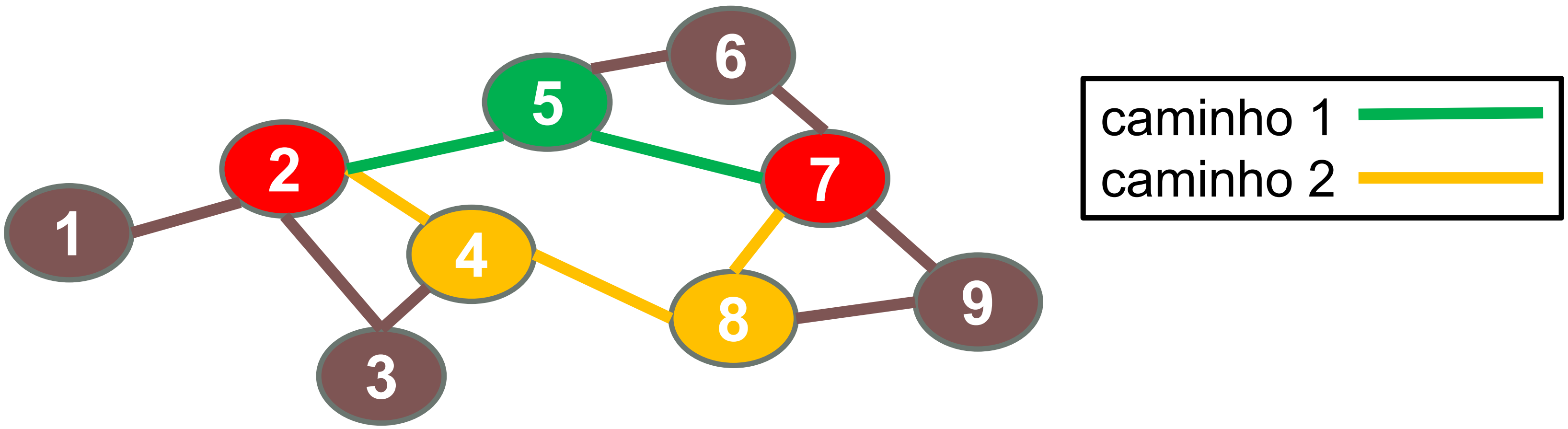
Universidade Federal do ABC

Caminhos em uma Rede

Prof. Fabrício Olivetti de França

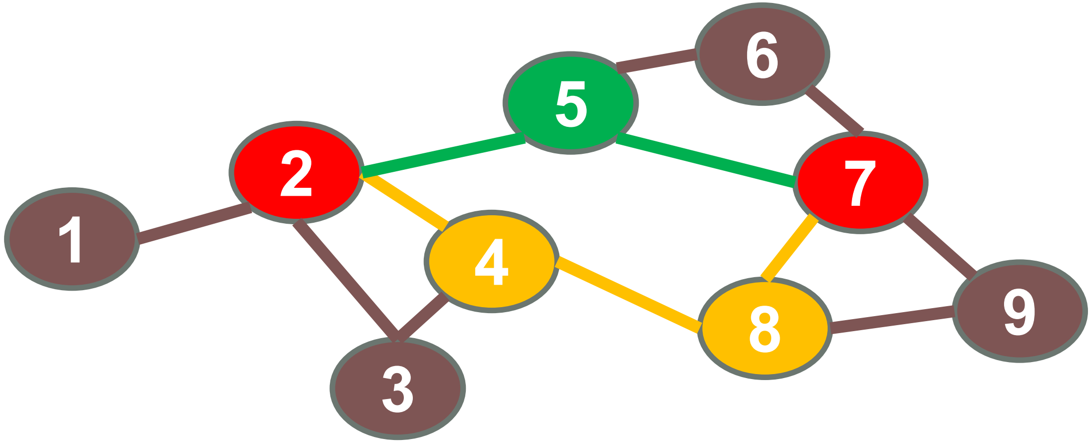
Caminhos

Frequentemente é possível utilizar mais de um **caminho** para transmitir uma informação entre dois nós.



Caminhos

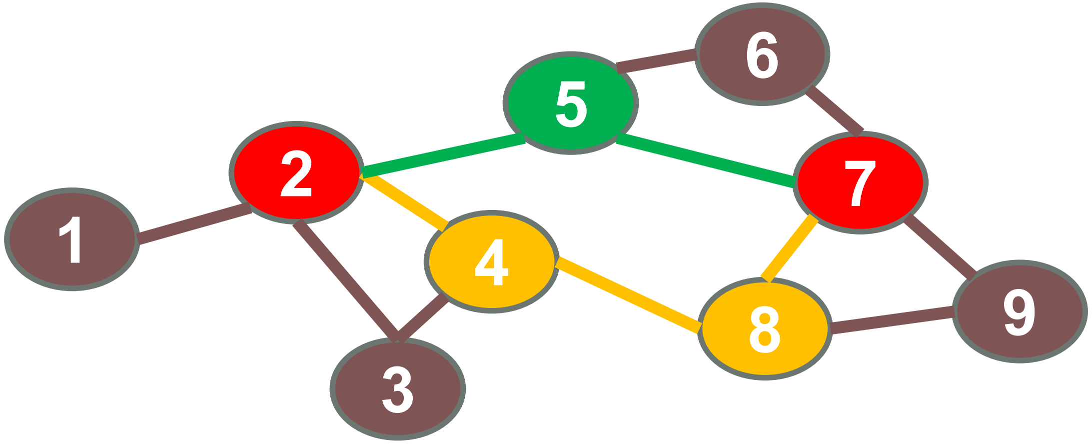
$$(v_1, v_2, \ldots, v_k) \text{ tal que } (v_i, v_{i+1}) \in E$$



Caminho 1: 2,4,8,7
Caminho 2: 2,5,7
Caminho 3: 2,1,2,5,7
Caminho 4: 2,4,7

Caminhos

$$(v_1, v_2, \ldots, v_k) \text{ tal que } (v_i, v_{i+1}) \in E$$



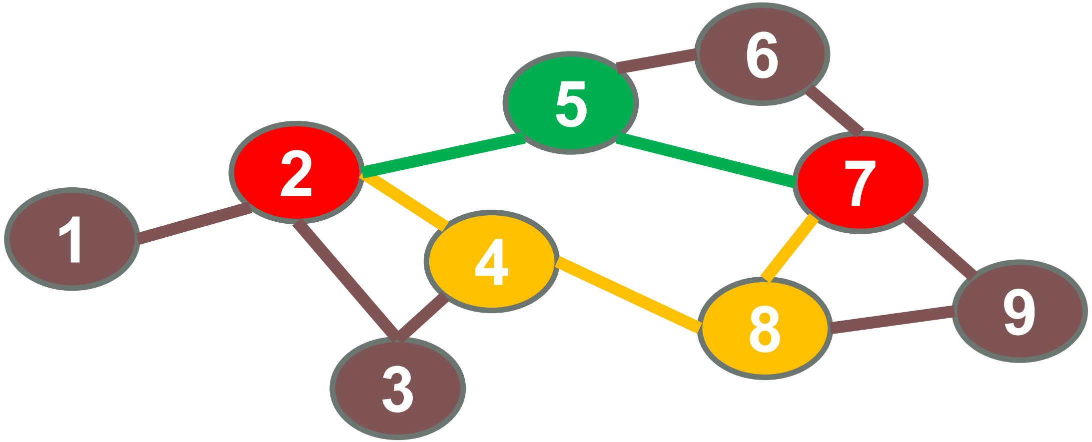
Caminho 1: 2,4,8,7

Caminho 2: 2,5,7

Caminho 3: 2,1,2,5,7

~~Caminho 4: 2,4,7~~

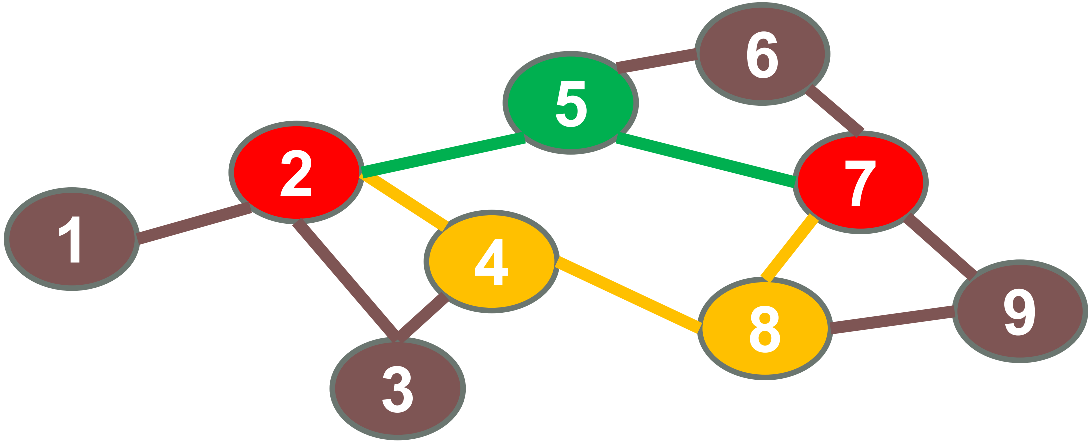
Caminhos



Caminho 1: 2,4,8,7
Caminho 2: 2,5,7
Caminho 3: 2,1,2,5,7

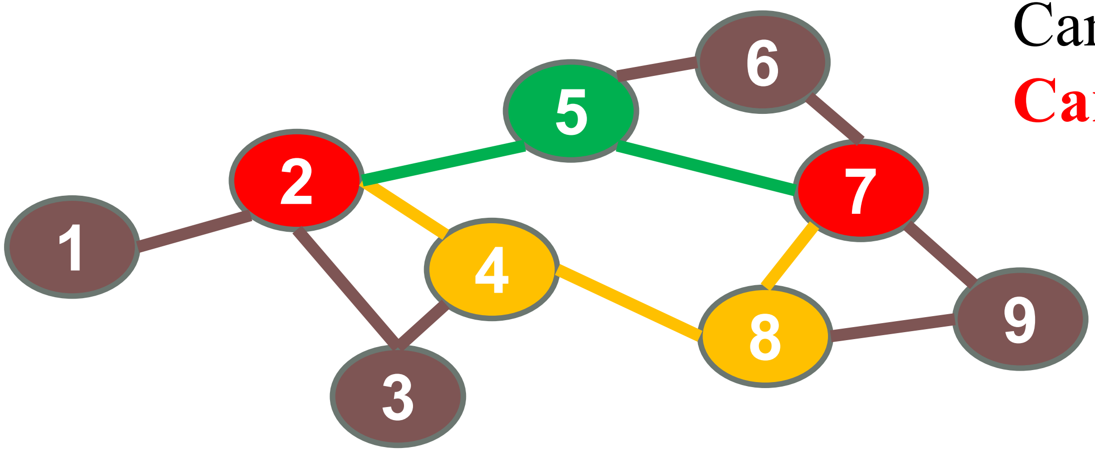
Caminhos

Caminhos sem repetições de nós são denominados **CAMINHOS SIMPLES**.



Caminho 1: 2,4,8,7
Caminho 2: 2,5,7
~~Caminho 3: 2,1,2,5,7~~

Caminhos

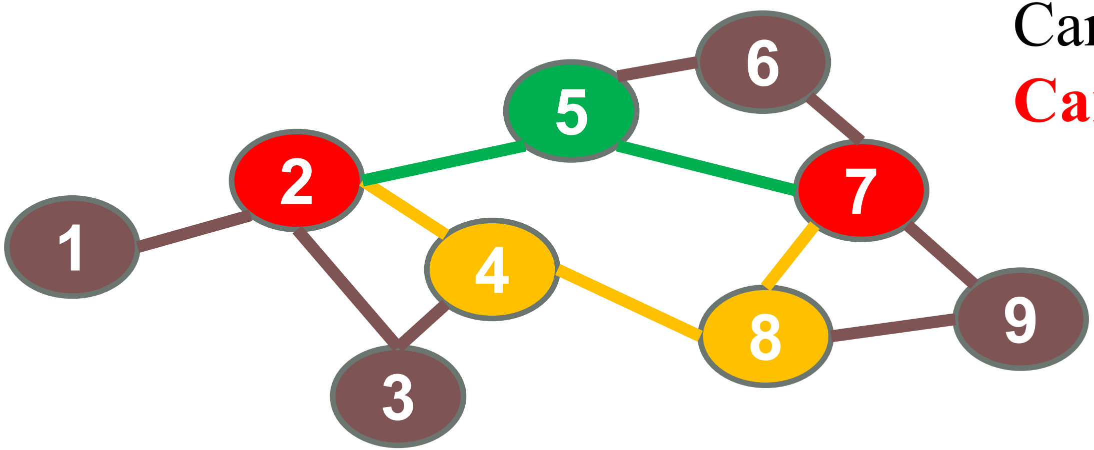


Caminho 1: 2,4,8,7

Caminho 2: 2,5,7

Caminhos

Definição: o **comprimento** de um caminho é o número de arestas desse caminho.

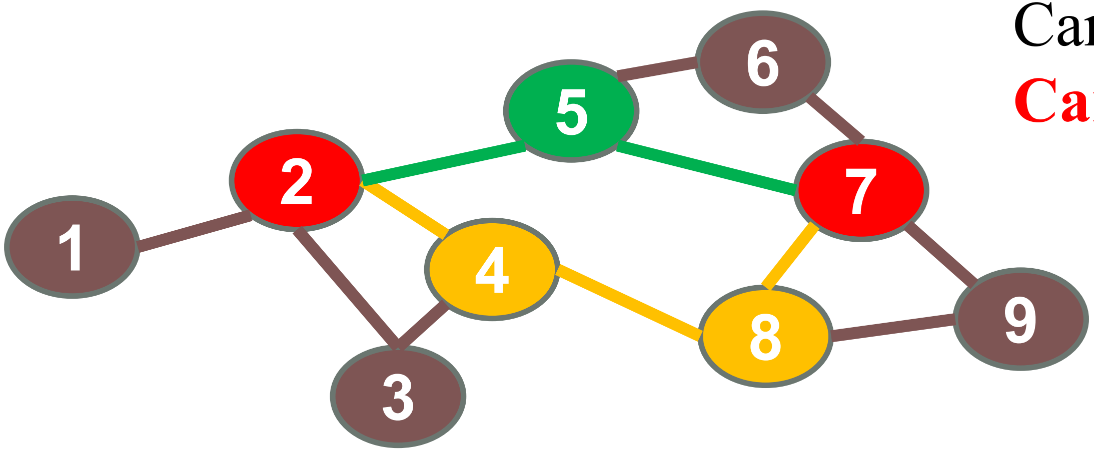


Caminho 1: 2,4,8,7

Caminho 2: 2,5,7

Caminhos

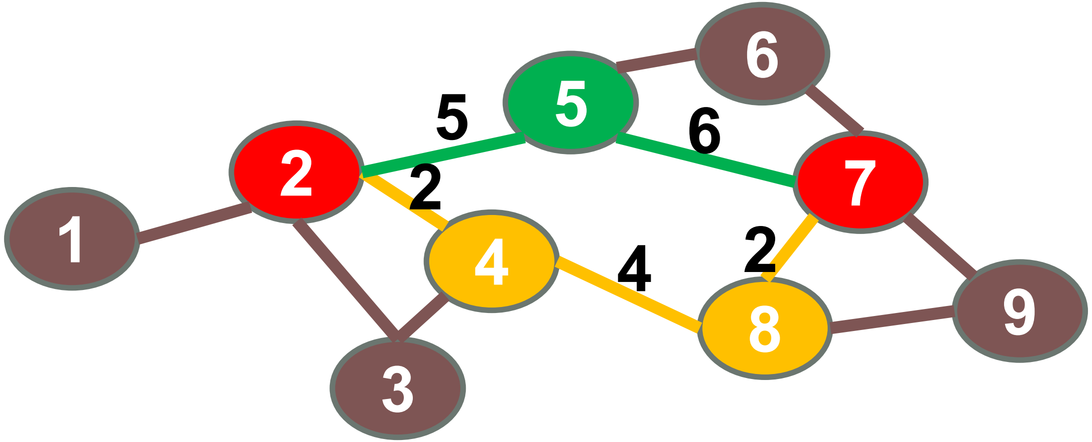
Mas em certas Redes cada aresta tem um valor numérico que representa o custo da transmissão de informação.



Caminho 1: 2,4,8,7

Caminho 2: 2,5,7

Caminhos



Caminho 1: 2,4,8,7

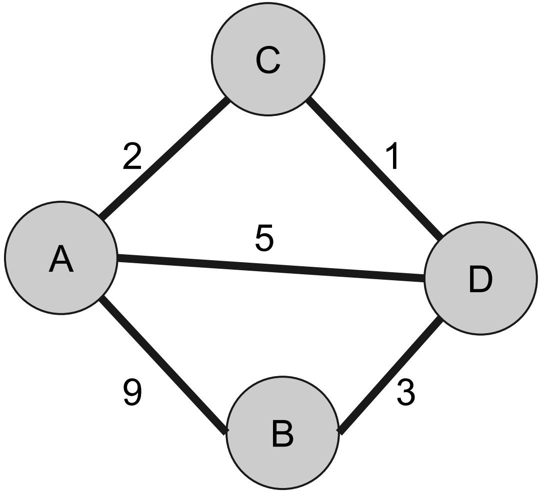
Caminho 2: 2,5,7

Custo 1: 2+4+2 = 8

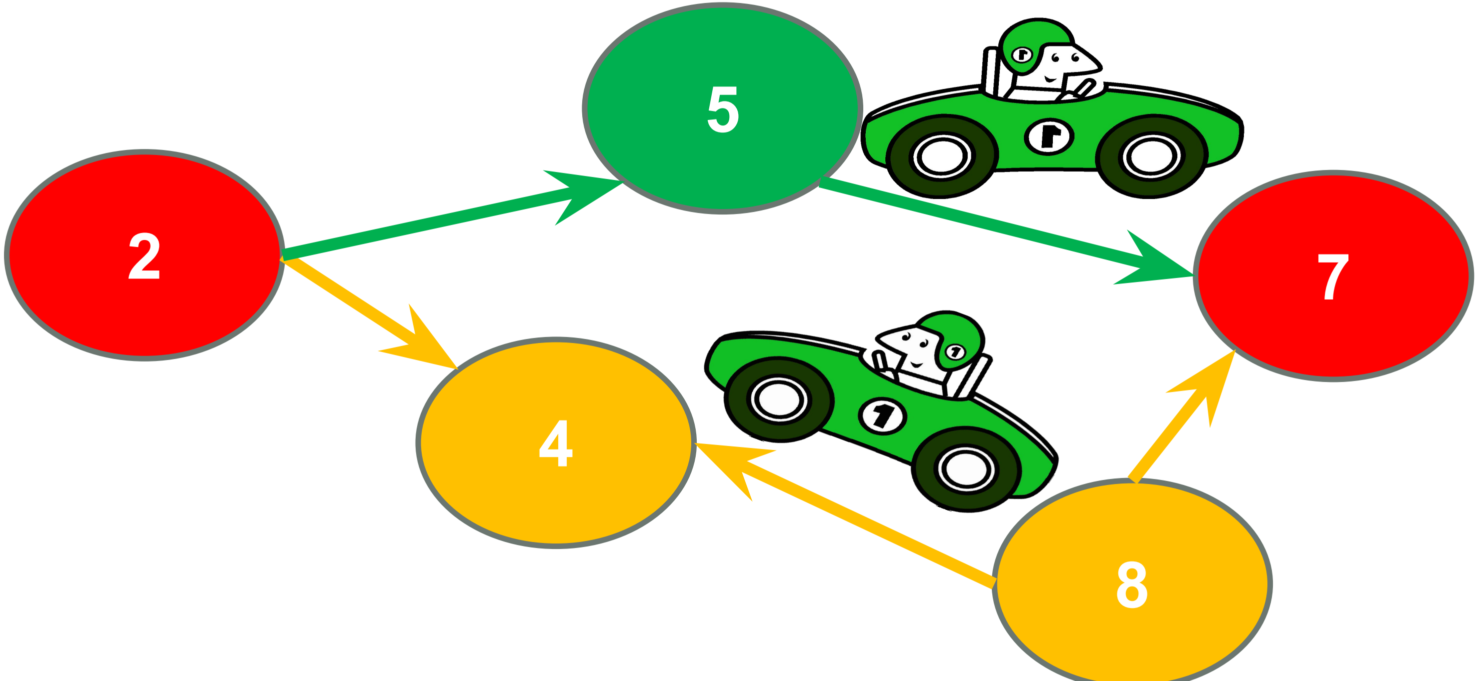
Custo 2: 5+6 = 11

Grafos Ponderados

As redes com arestas que apresentam custo são denominadas **REDES PONDERADAS**.

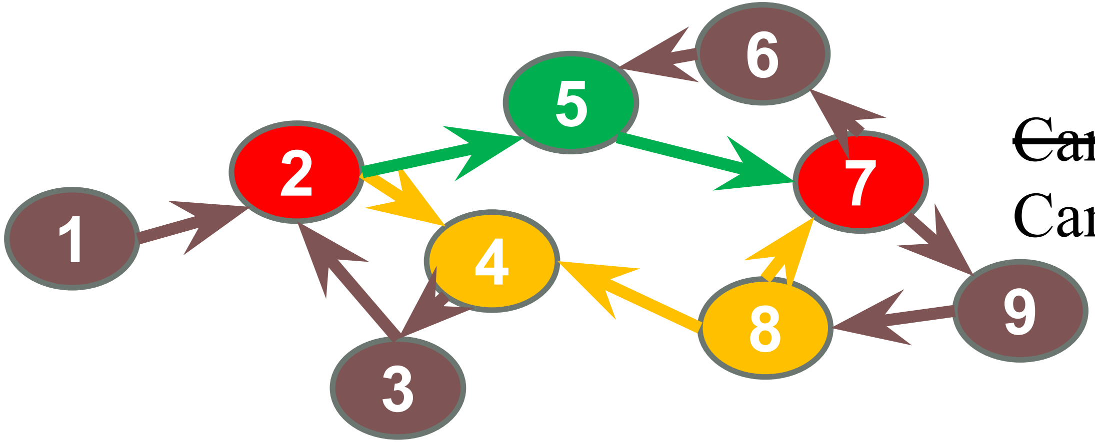


Caminhos em Redes Direcionadas



Universidade Federal do ABC

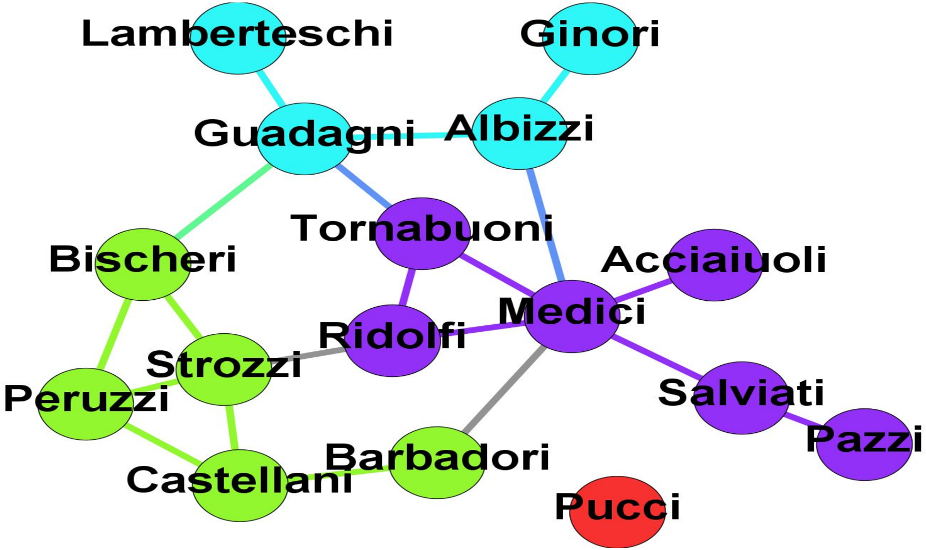
Caminhos



~~Caminho 1: 2,4,8,7~~

Caminho 2: 2,5,7

Conectividade da Rede



Universidade Federal do ABC

Conectividade da Rede

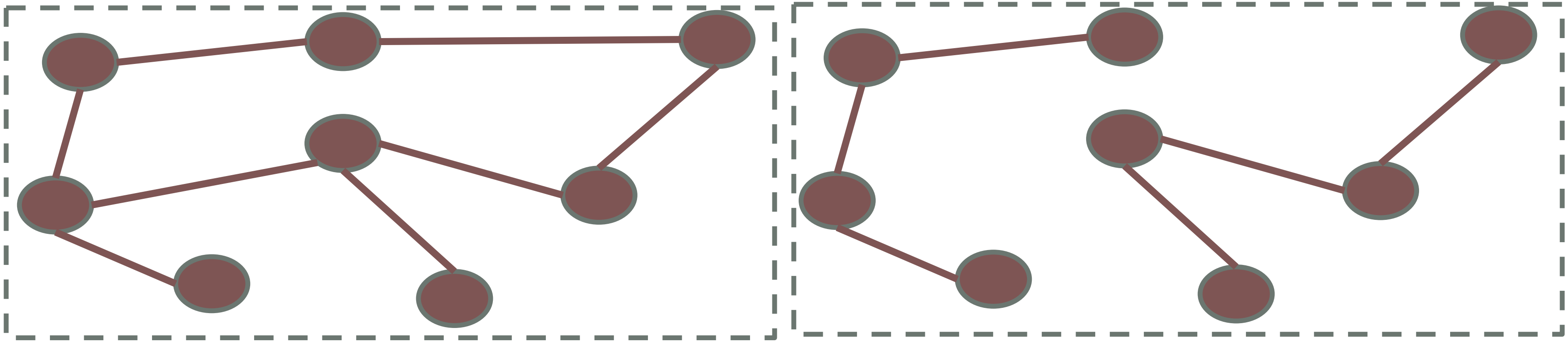
Isso ocorre quando:

- Fazemos uma aquisição incompleta dos dados da rede;
- Ocorrem falhas pontuais em certos nós;
- A rede ainda está em formação.

Conexão

CONEXA: $\forall v_i, v_j \in V, \exists \text{ caminho}(v_i, v_j)$

DESCONEXA: $\exists v_i, v_j \in V, \nexists \text{ caminho}(v_i, v_j)$



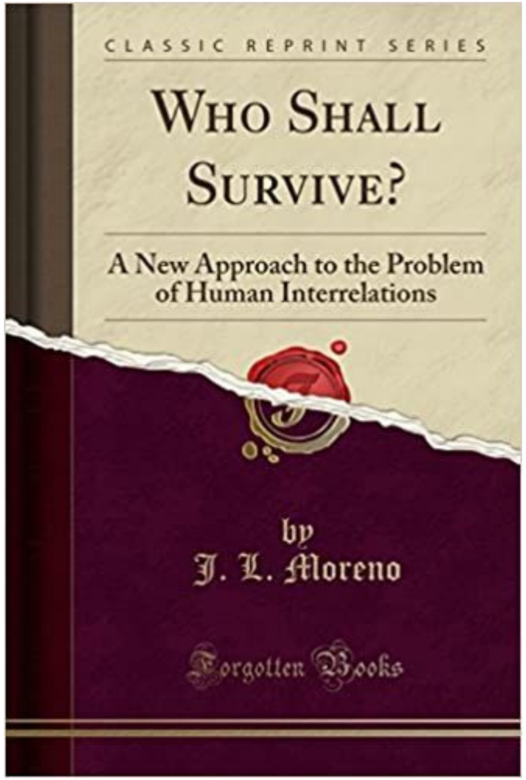
REDE CONECTADA **REDE DESCONECTADA**

Universidade Federal do ABC

Modelagem Computacional

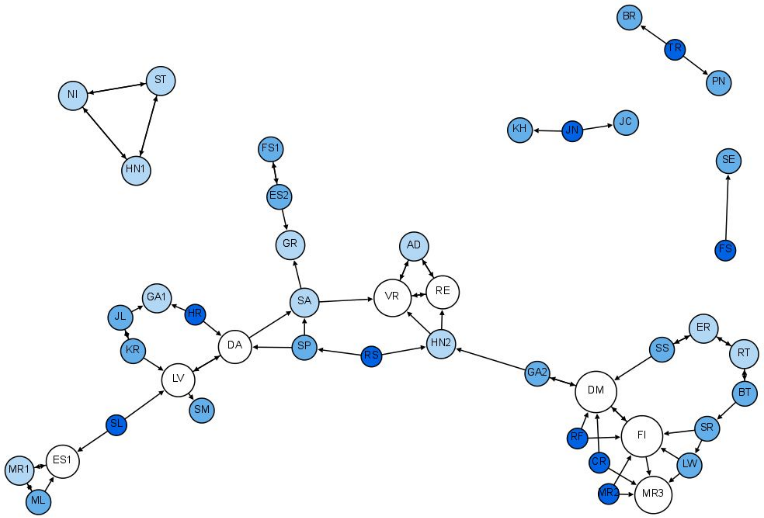
Prof. Fabrício Olivetti de França

Importância das Pessoas



Jacob L. Moreno, 1934.

Importância das Pessoas



http://www.martingrandjean.ch/social-network-analysis-visualization-morenos-sociograms-revisited/

Estudo das Redes

- Capacidade de armazenamento + capacidade de processamento = estatísticas gerais das redes, busca por padrões de interesse, análises da dinâmica da informação.

Problemas Reais = Redes?

Ao modelar um problema em forma de rede temos como vantagens:

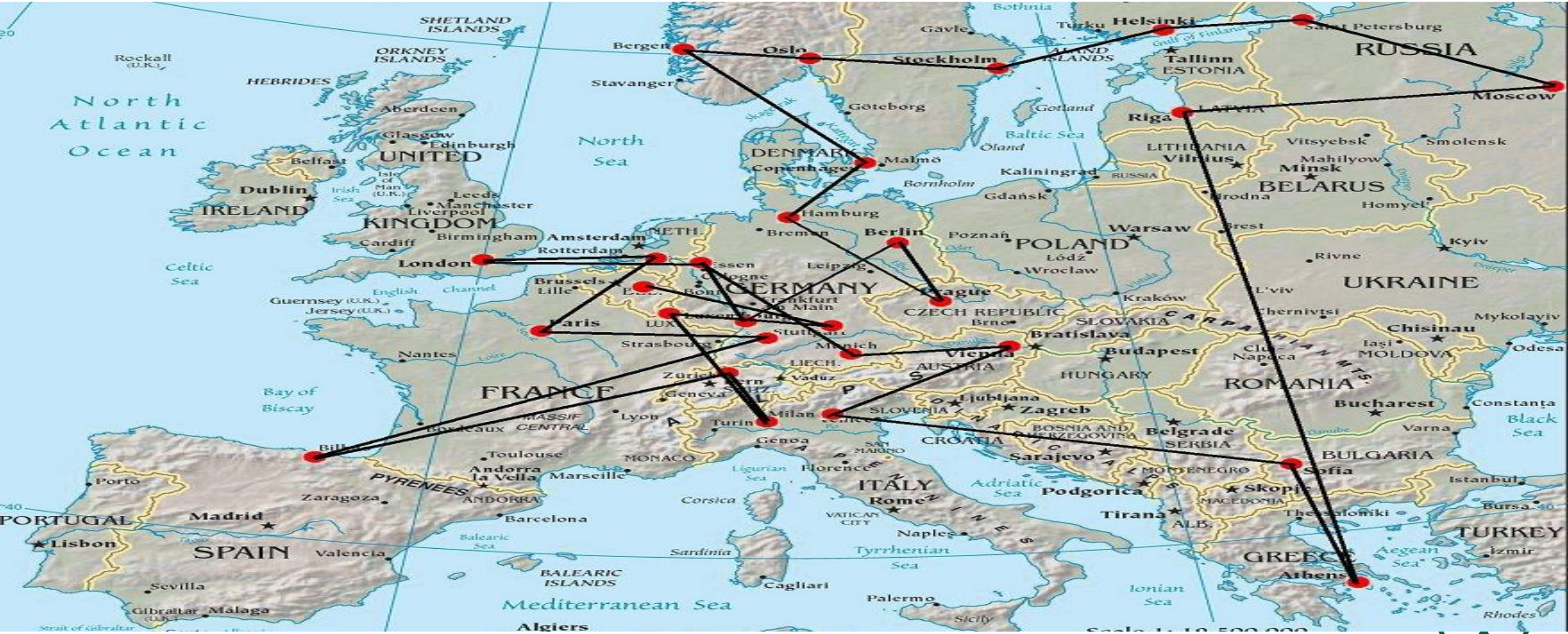
- Visualizar melhor o problema
- Aplicar diversos algoritmos já existente
- Analisar as propriedades da rede

Problema do Caixeiro Viajante

Caixeiro Viajante: Imagine um vendedor ambulante que deseja encontrar o caminho mais curto que passe por todas as cidades de seu país.

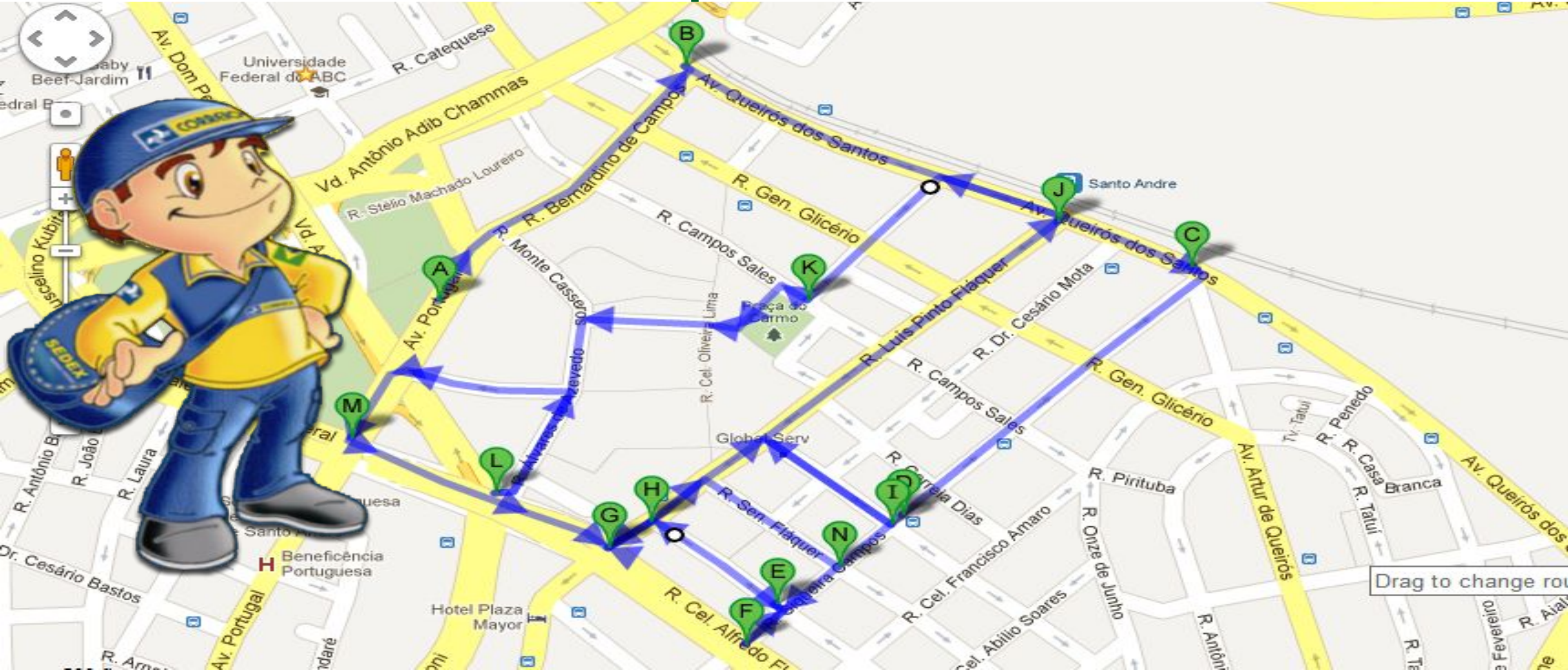
Universidade Federal do ABC

Otimizando o tour de uma banda

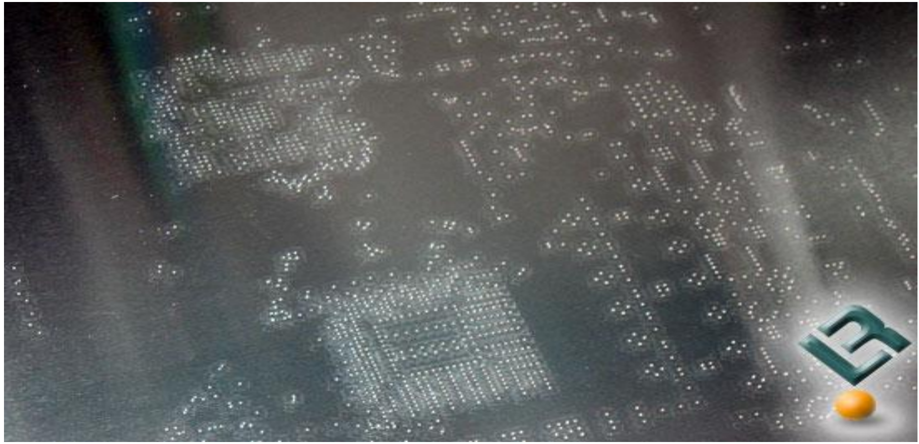


Kiss euro tour: http://www.kissinuk.com/bb/viewtopic.php?f=1&t=3458

Rotas de entrega de correspondências



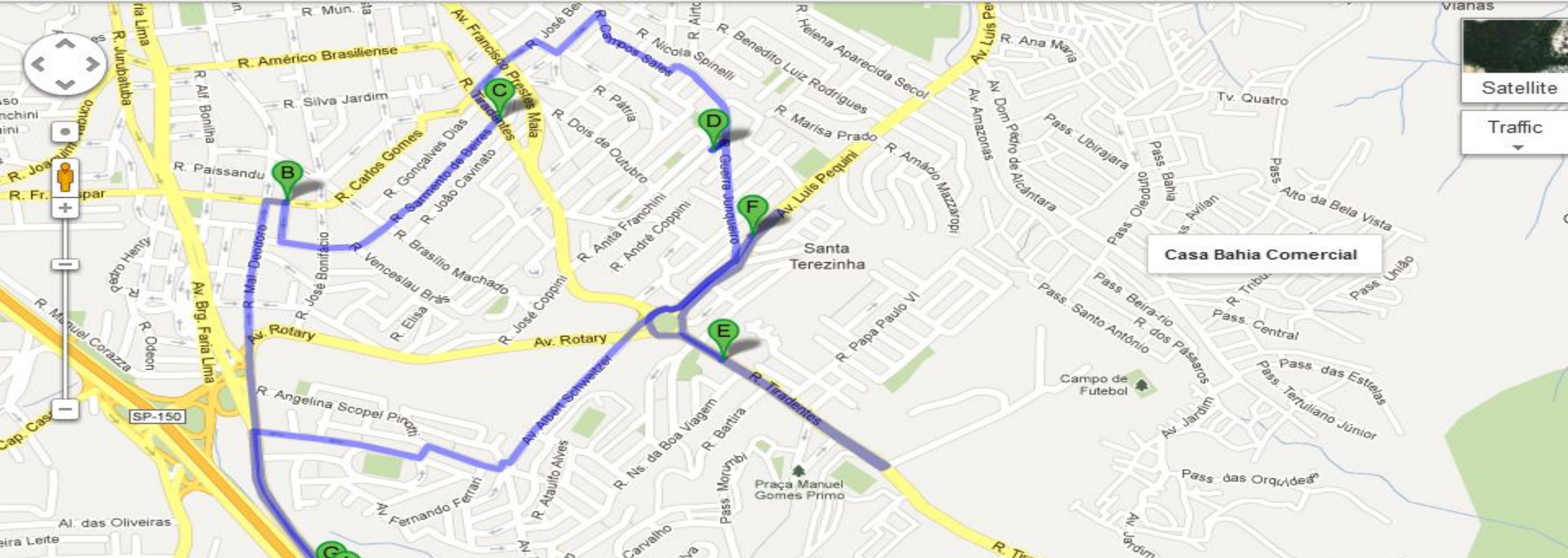
Perfuração de placas de circuitos elétricos



http://www.legitreviews.com/article/525/2/

Rota de entregas

Qual caminho o caminhão deve percorrer de modo a realizar todas as entregas com a menor quilometragem?



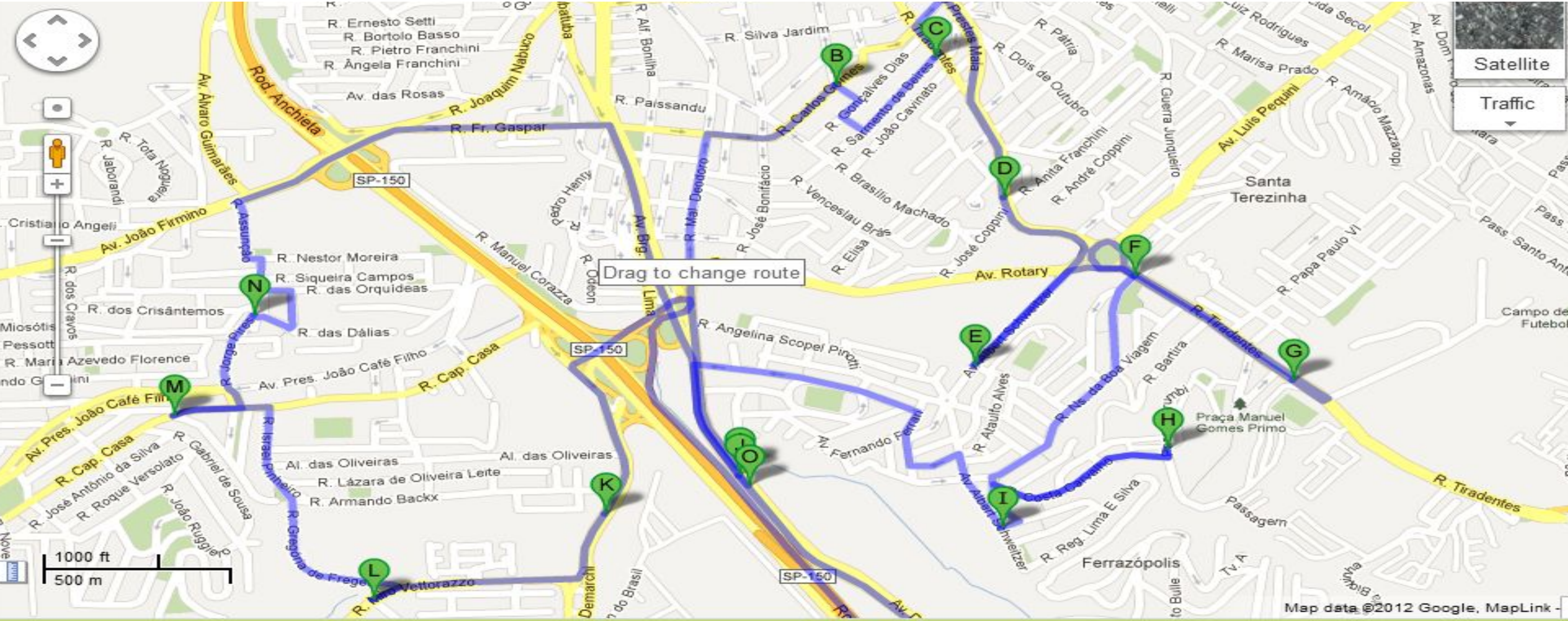
Modelar usando Redes

V = cruzamentos

E = ruas interligando dois cruzamentos

Peso = Tempo gasto / Custo total?

Rota de entregas



Rota de entregas

- Quantos caminhões minimizam o custo?
- Quais pontos cada caminhão deve cobrir?
- Quais rotas cada caminhão deve fazer?

Solução Exata

computador capaz de testar 1 milhão de rotas por seg.

Nós	Rotas possíveis	Tempo
5	24	~0
10	362.880	<1 seg.
15	87 bilhões	~24 horas
20	$1,2 \times 10^{17}$	> 92 mil anos
25	$6,2 \times 10^{23}$	~ $4,7 \times 10^{11}$ anos
30	$8,8 \times 10^{30}$	~ $6,7 \times 10^{18}$ anos
35	$2,95 \times 10^{38}$	~ $2,2 \times 10^{26}$ anos

maior que a idade do universo!!!

Universidade Federal do ABC

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	1	0
B	1	0	1	0	0	0	0	0
C	0	1	0	1	0	0	0	0
D	0	0	1	0	1	0	0	0
E	0	0	0	1	0	1	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	0	1	0	0	1
H	0	0	0	0	0	0	1	0

Universidade Federal do ABC

Representação Computacional

Prof. Fabrício Olivetti de França

Como representar uma rede?

Redes complexas reais geralmente contêm muitos nós e arestas sendo impossível visualiza-la por completo.

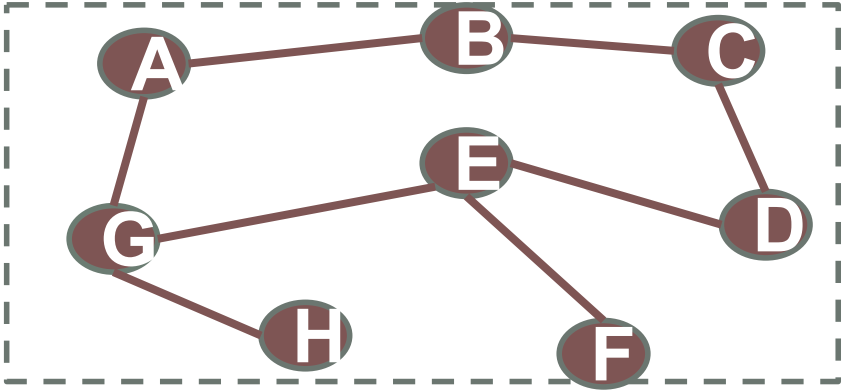
Para trabalhar com essas redes é necessário utilizarmos recursos computacionais.

Com isso vem a necessidade de adotarmos uma forma de representar a rede numericamente para a leitura e processamento da mesma.

Rede como matriz

Uma forma de representar as redes é em forma matricial. A matriz **A**, chamada de matriz de adjacência, de dimensão |V| x |V| tem um valor igual à **1** no elemento a_{ij} se existe uma aresta ligando o nó *i* ao nó *j*, e **0** caso contrário.

Representação: Matriz de Adjacência



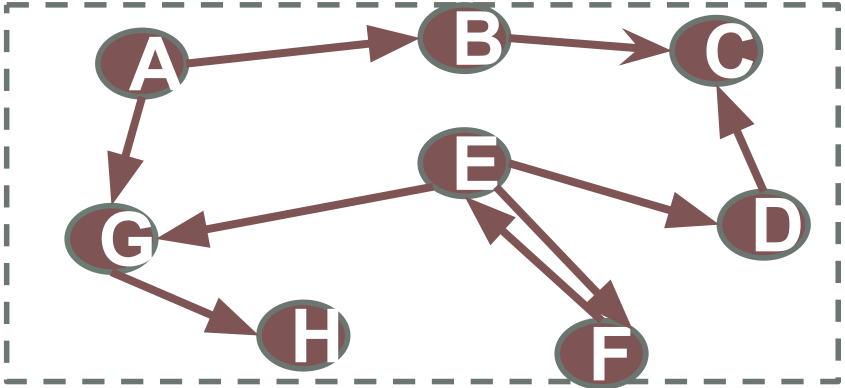
rede não-direcionada

Somando os valores de cada linha temos o grau do nó correspondente!

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	1	0
B	1	0	1	0	0	0	0	0
C	0	1	0	1	0	0	0	0
D	0	0	1	0	1	0	0	0
E	0	0	0	1	0	1	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	0	1	0	0	1
H	0	0	0	0	0	0	1	0

Universidade Federal do ABC

Representação: Matriz de Adjacência

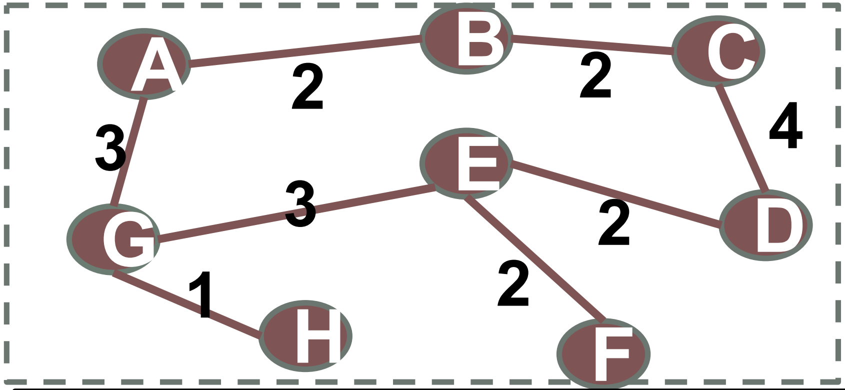


rede direcionada

Somando os valores de cada coluna temos o grau de entrada!
Somando os valores de cada linha temos o grau de saída!

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	1	0
B	0	0	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	1	0	0	0	0	0
E	0	0	0	1	0	1	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	1
H	0	0	0	0	0	0	0	0

Representação: Matriz de Adjacência



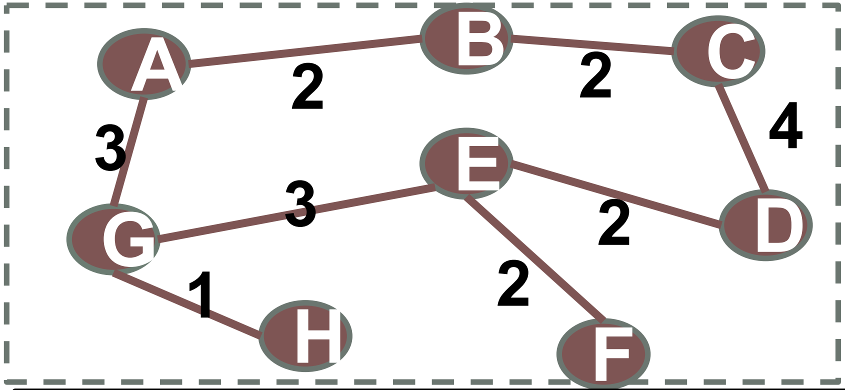
rede ponderada

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	2	0	0	0	0	3	0
B	2	0	2	0	0	0	0	0
C	0	2	0	4	0	0	0	0
D	0	0	4	0	2	0	0	0
E	0	0	0	2	0	2	3	0
F	0	0	0	0	2	0	0	0
G	3	0	0	0	3	0	0	1
H	0	0	0	0	0	0	1	0

Nas redes ponderadas podemos colocar os pesos diretamente na matriz de adjacência.

Universidade Federal do ABC

Representação: Matriz de Adjacência

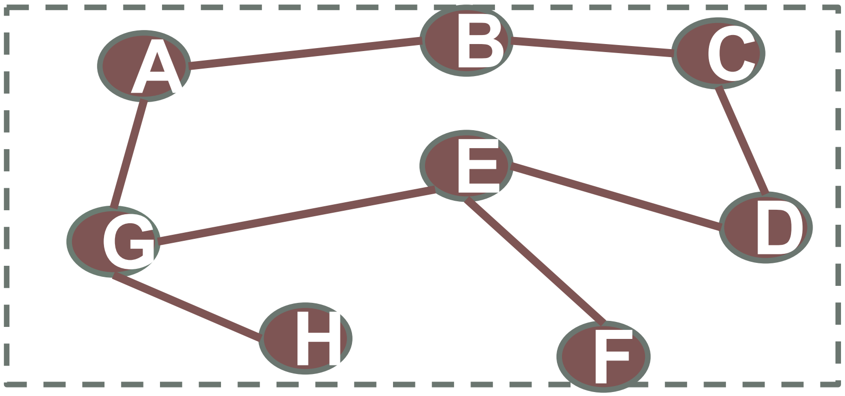


rede ponderada

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	2	0	0	0	0	3	0
B	2	0	2	0	0	0	0	0
C	0	2	0	4	0	0	0	0
D	0	0	4	0	2	0	0	0
E	0	0	0	2	0	2	3	0
F	0	0	0	0	2	0	0	0
G	3	0	0	0	3	0	0	1
H	0	0	0	0	0	0	1	0

CUIDADO: é necessário o uso de um valor especial representando a ausência de ligações.

Potências da Matriz de Adj.

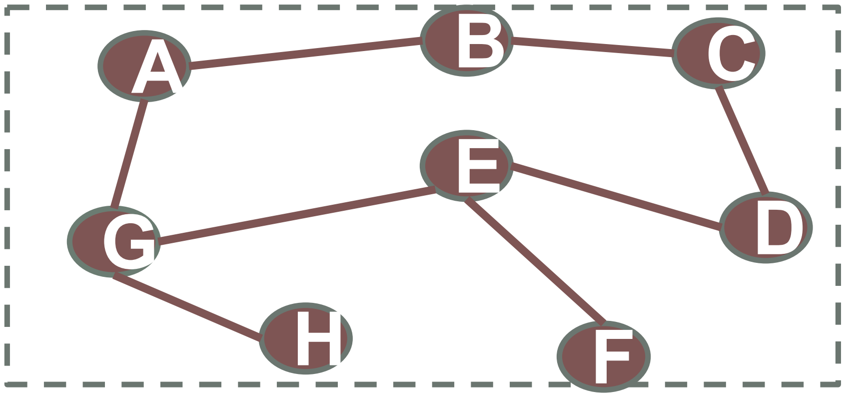


	A	B	C	D	E	F	G	H
A	2	0	1	0	1	0	0	1
B	0	2	0	1	0	0	1	0
C	1	0	2	0	1	0	0	0
D	0	1	0	2	0	1	1	0
E	1	0	1	0	3	0	0	1
F	0	0	0	1	0	1	1	0
G	0	1	0	1	0	1	3	0
H	1	0	0	0	1	0	0	1

Ao realizar a operação Adj^2 nas matriz não ponderada, obtemos um resultado interessante.

Universidade Federal do ABC

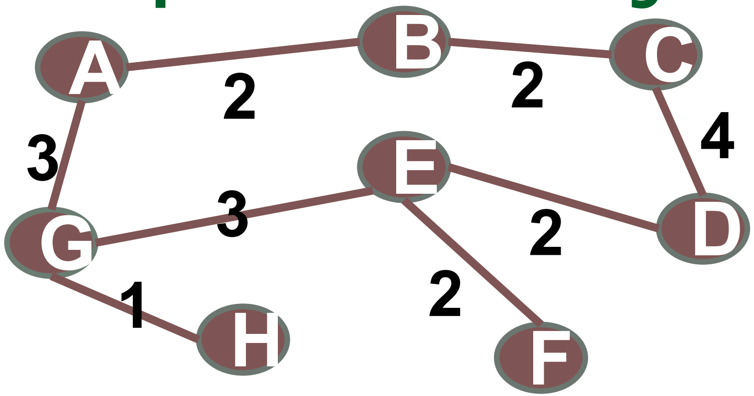
Rede como lista de arestas



V = [A, B, C, D, E, F, G, H]

E = [(A,B), (B,C), (C,D),
(D,E), (E,F), (E,G),
(G,H), (A,G)]

Representação: lista de arestas



Nó1 Nó2 Peso Relação
A B 2 amigo
A G 3 primo
B C 2 namorado
C D 4 pai
D E 2 tio
E F 2 amigo
E G 3 amigo
G H 1 conhecido

Nó nome idade
A andré 21
B bernardo 23
C camila 22
D diego 45
E edison 73
F fernando 73
G guilherme 60
H henrique 55